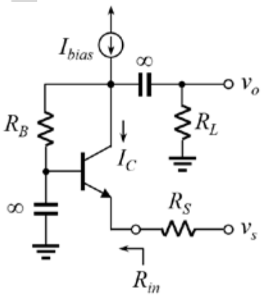
《電子學與電路學》

命題意旨	本次考題共分五大主題，包括：「BJT 小信號 AC 分析」、「FET 頻率響應分析」、「邏輯設計基本分析」、「開關電路分析」、「濾波器分析」，考題難度適中，須具備多方面專業知識，方能取得高分；其中邏輯設計組合電路分析，是歷年後首次考題，理論上傳統電子學與電路學不包括此考題內容，超過考題內容範圍。

一、圖一放大器之電晶體電流增益 $\beta=24$，偏壓集極電流 $I_C=0.6$ mA，爾利電壓（Early voltage）$V_A\to\infty$，熱電壓（thermal voltage）$V_T=25$ mV，接在基極與集極電容之值為∞。$R_S=60\ \Omega$，$R_L=1.2\ \text{k}\Omega$，$R_B=6\ \text{k}\Omega$，求算小信號增益 $A_v=v_o/v_s$ 與輸入電阻 R_{in}。（20分）



圖一

答題關鍵	BJT 基極 AC 小信號分析，不須考慮 Early effect 及頻率響應，是本屆考題中最單純且容易得分。

【擬答】

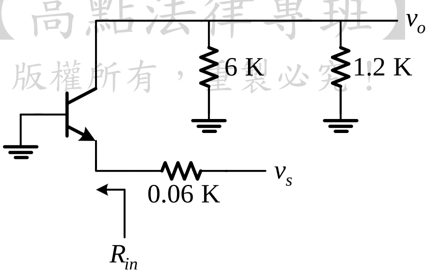
DC 偏壓分析：

$$I_C=1\ \text{mA}$$

$$I_B=\frac{1}{\beta}I_C=\frac{1}{24}\ \text{mA}$$

得 $\gamma_\pi=\dfrac{V_T}{I_B}=\dfrac{25\ \text{mV}}{\frac{1}{24}\ \text{mA}}=0.6\ \text{k}\Omega$

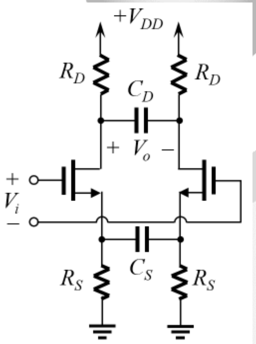
AC 小信號分析：



$$R_{in}=\frac{\gamma_\pi}{1+\beta}=\frac{0.6\ \text{k}}{1+25}=0.024\ \text{k}\Omega$$

$$A_v=\frac{v_o}{v_s}=\frac{\frac{24}{25}(6\,//\,1.2)}{0.06+0.024}\approx 11.43$$

二、圖二差動放大器(differential amplifier)之兩電晶體完全匹配且已適當偏壓，$g_m=0.5\ \text{mA/V}$，輸出電阻$r_o\to\infty$，忽略小信號電容C_{gs}與C_{gd}。推導T(s)＝$V_o(s)/V_i(s)$之數學式，並以$R_D=6\ \text{k}\Omega$，$R_S=0.5\ \text{k}\Omega$，$C_D=1/6\ \text{nF}$，$C_S=0.1\,\mu\text{F}$，求算其直流增益、頻率響應之極點與零點，須註明單位。(20分)

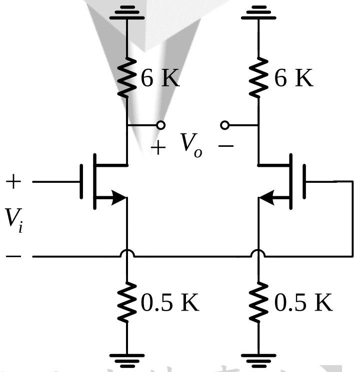


圖二

答題關鍵	FET AC 小信號頻率響應完整分析，包括高頻及低頻響應的極點與零點推導，須求出完整頻率響應的增益轉移函數；其中高、低頻響應的極點與零點推導，亦是歷年來首次考題。

【擬答】

(一)直流增益：



$$A_M=\frac{V_o}{V_i}=\frac{-(R_D+R_D)}{2\left(\frac{1}{g_m}+R_S\right)}=\frac{-6}{\frac{1}{0.5}+0.5}=-2.4$$

(二)零點與極點：

1. C_S：造成低頻響應

$$\omega_{z1}=\frac{1}{C_S(R_S+R_S)}=\frac{1}{0.1\times10^{-6}(0.5+0.5)\times10^{3}}=10^4\,(\text{rad/s})$$

$$\omega_{p1}=\frac{1}{C_S\left(R_S\,//\,\frac{1}{g_m}\right)\cdot 2}=\frac{1}{0.1\times10^{-6}\left(0.5\,//\,\frac{1}{0.5}\right)\times10^3\times2}=\frac{5}{4}\times10^4\,(\text{rad/s})$$

2. C_D：造成高頻響應

$$\omega_{z2}=\infty$$

$$\omega_{p2}=\frac{1}{C_D(R_D+R_D)}=\frac{1}{2C_DR_D}=\frac{1}{2\times\frac{1}{6}\times10^{-9}\times6\times10^{3}}=\frac{1}{2}\times10^{6}\,(\text{rad/s})$$

3.增益函數：$T(s)$

$$T(s)=A_M\cdot F_L(s)\cdot F_H(s)=A_M\cdot\left(\frac{s+\omega_{z1}}{s+\omega_{p1}}\right)\left(\frac{1+\frac{s}{\omega_{z2}}}{1+\frac{s}{\omega_{p2}}}\right)=-2.4\left(\frac{s+10^4}{s+\frac{5}{4}\times10^4}\right)\left(\frac{1}{1+\frac{s}{\frac{1}{2}\times10^6}}\right)$$

三、依照圖三3對1多工器真值表，寫出輸出Q之布林數學式（Boolean expression）Q＝Q(a, b, A, B, C)，其中“×”表示「無關」（don’t care）；再利用相關定理，將之轉換為等效之布林數學式，以適用於僅有三輸入NAND 閘實現的設計，並畫出此電路。（20分）

a	b	A	B	C	Q
0	1	1	×	×	1
0	1	0	×	×	0
1	0	×	1	×	1
1	0	×	0	×	0
1	1	×	×	1	1
1	1	×	×	0	0

圖三

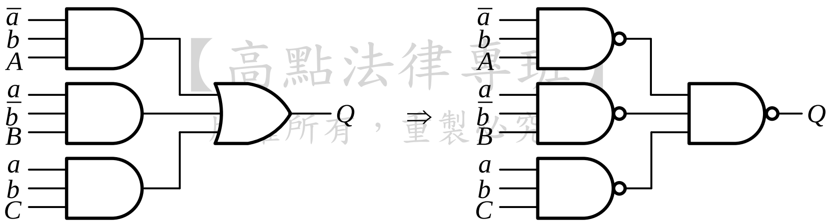
答題關鍵	邏輯設計內容中之組合邏輯基本分析，考生僅需基本布林函數概念及邏輯閘等效互換，即可完成此題，本題亦是此次考題中最簡單的一題；但本題內容不應屬於電子學與電路學內容，算是超出考試內容範圍。

【擬答】

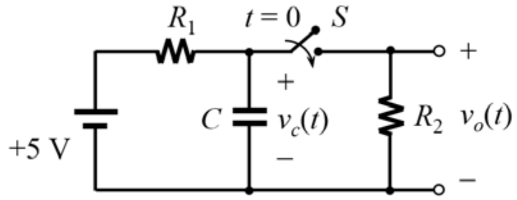
三輸入 NOR 閘實現的設計，則須選“0”作答

三輸入 NAND 閘實現的設計，則須選“1”作答

故：$Q=\bar{a}bA+a\bar{b}B+abC$，得：



四、圖四RC電路開關S不通，於t＝0導通開關S。R_1＝1 kΩ，R_2＝1.5 kΩ，C＝1 μF，則t＝0^-（S導通前之瞬間）、t＝0^+、t ＞ 0、t→∞時之v_o(t)各為何？（20分）



圖四

答題關鍵	本題為一階 RC 開開電路，僅須求得 $v_c(0^+)$ 及 $v_c(\infty)$ 之值，再配合 $v_c(t)=v_c(\infty)+[v_c(0^+)-v_c(\infty)]e^{-\frac{t}{RC}}$，即可很容易求得答案。

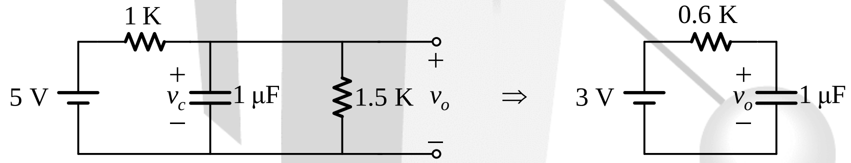
【擬答】

$v_o(0^-)=0\text{ V}$ ，$v_c(0^-)=5\text{ V}$

$v_o(0^+)=v_c(0^+)=v_c(0^-)=5\text{ V}$

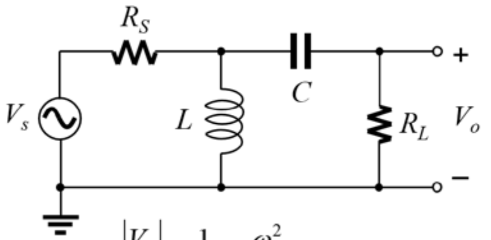
$v_o(\infty)=v_c(\infty)=\dfrac{1.5}{1+1.5}\times5=3\text{ V}$

當 $t>0$ 時，可得：



得 $v_o(t)=v_c(t)=[3+(5-3)e^{-\frac{t}{0.6\times10^3\times1\times10^{-6}}}]\text{ V}=(3+2e^{-\frac{5}{3}\times10^3t})\text{ V}$

五、推導圖五高通濾波器轉換函數$V_O(s)/V_S(s)$之表示式，其$|V_O/V_S|$如電路下方數學式，代入s＝jω與RL　$R_L=1\Omega$，求解R_S、L與C之值。(20分)

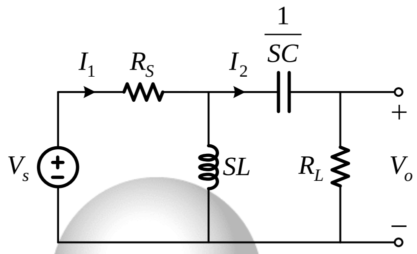


$$\left|\frac{V_o}{V_s}\right|=\frac{1}{2}\frac{\omega^2}{\sqrt{1+\omega^4}}$$

圖五

答題關鍵	本題為濾波器轉移函數推導，再配合 $s=j\omega$ 代入轉移函數中，求得響應函數，再由 R_S 與 L 及 C 之值，滿足題目中之響應函數，因只有一個方程式，而方程式中有兩個未知數 L 與 C ，造成有無窮多個答案，只須 L 與 C 之值能滿足題目之條件即可。

【擬答】



$$\begin{cases} V_s = I_1 R_S + (I_1 - I_2)\cdot SL \\ (I_1 - I_2)SL = I_2\left(\dfrac{1}{SC} + R_L\right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} V_s = (R_S + SL)I_1 - SLI_2 \\ 0 = -SLI_1 + \left(\dfrac{1}{SC} + R_L + SL\right)I_2 \end{cases}$$

得：$I_2 = \dfrac{\begin{vmatrix} R_S + SL & V_s \\ -SL & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} R_S + SL & -SL \\ -SL & \dfrac{1}{SC} + R_L + SL \end{vmatrix}} = \dfrac{SLV_s}{(R_S + SL)\left(\dfrac{1}{SC} + R_L + SL\right) - S^2L^2}$

$$\Rightarrow V_o = I_2 \cdot R_L = \frac{SLR_L V_s}{\dfrac{R_S}{SC} + R_S R_L + SLR_S + \dfrac{L}{C} + SLR_L}$$

$$\Rightarrow \frac{V_o(s)}{V_s(s)} = \frac{S^2 LCR_L}{S^2 LC(R_S + R_L) + SC\left(R_S R_L + \dfrac{L}{C}\right) + R_S}$$

$$\Rightarrow \frac{V_o(j\omega)}{V_s(j\omega)} = \frac{-\omega^2 LCR_L}{R_S - \omega^2 LC(R_S + R_L) + j\omega C\left(R_S R_L + \dfrac{L}{C}\right)}$$

題目中已知：$R_L = 1\,\Omega$，又當 $\omega = \infty$ 時，由電路圖中可得 $\dfrac{V_o}{V_s} = \dfrac{R_L}{R_S + R_L} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow R_S = 1\,\Omega$，故可得

$$\frac{V_o(j\omega)}{V_s(j\omega)} = \frac{-LC\omega^2}{1 - 2\omega^2 LC + j\omega C\left(1 + \dfrac{L}{C}\right)}$$

$$\Rightarrow\left|\frac{V_o(j\omega)}{V_s(j\omega)}\right|=\frac{\omega^2 LC}{\sqrt{(1-2\omega^2 LC)^2+\omega^2C^2\left(1+\frac{L}{C}\right)^2}}=\frac{\omega^2 LC}{\sqrt{1-4\omega^2 LC+4\omega^4L^2C^2+\omega^2C^2\left(1+\frac{L}{C}\right)^2}}$$

$$=\frac{\omega^2 LC}{2LC\sqrt{\omega^4+\frac{1-4\omega^2LC+\omega^2C^2\left(1+\frac{L}{C}\right)^2}{4L^2C^2}}}=\frac{\omega^2}{2\sqrt{\omega^4+\frac{1-4\omega^2LC+\omega^2C^2\left(1+\frac{L}{C}\right)^2}{4L^2C^2}}}$$

欲完成題目中之響應函數，須：

$$\frac{1-4\omega^2LC+\omega^2C^2\left(1+\frac{L}{C}\right)^2}{4L^2C^2}=1$$

$$\Rightarrow 1-4\omega^2LC+\omega^2C^2\left(1+\frac{2L}{C}+\frac{L^2}{C^2}\right)=4L^2C^2$$

$$\Rightarrow \omega^2(L^2+C^2-2LC)+1-4L^2C^2=0$$

$$\Rightarrow [\omega(L-C)]^2=4L^2C^2-1$$

得在固定 ω 值已知下，上式方程式中，有兩個未知數 L 與 C ，故有無窮多組解，僅 L 與 C 之值滿足上式，即可完成題目中要求的高通濾波器轉移函數之響應。